Feladatok a 3. zárthelyi dolgozat anyagához

Vigyázat! Kumulatív! Az 1. és 2. ZH anyagát is tudni kell!

Matematikai Gyakorló és érettségire felkészítő feladatok

I. kötet, K2 jelű feladatok, esetleg E1 jelű feladatok

81-98. oldal

107-135. oldal

137-150. oldal

164-181. oldal

203-205. oldal

207-220. oldal

III. kötet, K2 jelű feladatok, esetleg E1 jelű feladatok

179-182. oldal

185-190. oldal

202-206. oldal

209-216. oldal

231-232. oldal

269-270. oldal

Fizikai és kémiai fogalmak

fizikai mennyiségek, mértékegységek, mértékegység analízis, mértékegységek átváltása, értékes jegyek száma

nyomás, hőmérséklet, tömeg, térfogat, sűrűség

egyszerű kémiai reakcióegyenletek felírása, sav-bázis reakciók

út, sebesség, gyorsulás, energia, impulzus, kinetikus energia, potenciális energia, energiamegmaradás elve,

ideális gázok, gáztörvények, anyagmennyiség

atomok, molekulák tulajdonságai, tömeg, méret, sebesség, energia

koncentrációszámítás, elegyítési feladatok, egyensúlyi állandó, savi disszociációállandó, pH

fény, fény jellemző mennyiségei, fény kvantumos jellege, energiája, impulzusa

fényintenzitás, fényelnyelés, Lambert-Beer törvény

geometriai optika: fénytörés, törésmutató, fény terjedési sebessége anyagi közegekben, teljes visszaverődés határszöge

geometriai optika: leképezési törvény, nagyítás, dioptria, törésmutató, Snellius-Descartes törvény

Ohm törvény és ellenállások

munka kiszámítása vektorokból

reakciók sebessége, elsőrendű reakciók megoldása, felezési idő, kormeghatározás

kémiai problémák linearizálása, egyenes egyenletének használata

Eddigi feladatok gyűjteménye III. rész

1.

26.5. A $2\,N_2O_5 \rightarrow 4\,NO_2 + O_2$ reakcióban a N_2O_5 elsőrendű bomlásának sebességi állandója 25 °C-on $k = 3{,}38 \times 10^{-5}\ s^{-1}$. Mekkora a N_2O_5 bomlásának felezési ideje? Mekkora lesz a N_2O_5 parciális nyomása (a) 100 s és (b) 100 perc múlva, ha az kezdetben 500 Torr volt.

Megoldás:

26.5. $2N_2O_5 \longrightarrow 4NO_2 + O_2$, $v = k\,[N_2O_5]$

Ennek megfelelően a N_2O_5 fogyásának sebessége: $2v = 2k\,[N_2O_5]$,

$$\frac{d[N_2O_5]}{dt} = -\,2k[N_2O_5],$$

$$[N_2O_5] = [N_2O_5]_0\, e^{-2kt},$$

ami azt jelenti, hogy

$$t = \frac{1}{2k}\ln\frac{[N_2O_5]_0}{[N_2O_5]},$$

és ezért

$$t_{1/2} = \frac{1}{2k}\ln 2 = \frac{\ln 2}{2\cdot 1{,}38\cdot 10^{-5}\ s^{-1}} = \underline{2{,}51\cdot 10^4\ s}.$$

Mivel a N_2O_5 parciális nyomása arányos koncentrációjával:

$$p(N_2O_5) = p_0(N_2O_5)\, e^{-2kt},$$

(*a*) $p(N_2O_5) = 500\ \text{Torr}\ e^{-2{,}76\cdot 10^{-5}\cdot 10^2} = \underline{499\ \text{Torr}},$

(*b*) $p(N_2O_5) = 500\ \text{Torr}\ e^{-2{,}76\cdot 10^{-5}\cdot 6000} = \underline{424\ \text{Torr}}.$

2.

26.7. A ^{14}C radioaktív izotóp (elsőrendű) bomlásának felezési ideje 5730 év (0,16 MeV energiájú, β-sugárzó). Egy régészeti minta faanyagának a ^{14}C-izotóp tartalma 72%-a az élő fákénak. Milyen korú a lelet?

Megoldás:

26.7. $[^{14}C] = [^{14}C]_o\, e^{-kt}, \quad k = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad [9]$

$$t = \frac{1}{k}\ln\frac{[^{14}C]_o}{[^{14}C]} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\frac{[^{14}C]_o}{[^{14}C]} = \frac{5730\text{ év}}{\ln 2}\ln\left(\frac{1{,}00}{0{,}72}\right) = \underline{27\overline{2}0\text{ év}}$$

3.

26.14. Egy bizonyos anyag bomlásának sebességi állandója $2{,}80\times10^{-3}\ \text{M}^{-1}\ \text{s}^{-1}$ 30 °C-on és $1{,}38\times10^{-2}\ \text{M}^{-1}\ \text{s}^{-1}$ 50 °C-on. Számítsuk ki a reakció Arrhenius-paramétereit.

Megoldás:

$$E_a = \frac{R\ln(k'/k)}{\left(\dfrac{1}{T}-\dfrac{1}{T'}\right)} = \frac{8{,}314\ \text{J K}^{-1}\ \text{mol}^{-1}\ln\dfrac{1{,}38\cdot10^{-2}}{2{,}80\cdot10^{-3}}}{\dfrac{1}{303\ \text{K}}-\dfrac{1}{323\ \text{K}}} = \underline{64{,}9\ \text{kJ mol}^{-1}}.$$

A értékéhez felhasználjuk, hogy

$$A = ke^{E_a/RT} = 2{,}80\cdot10^{-3}\ \text{M s}^{-1}\ e^{64{,}9\cdot10^3/8{,}314\cdot303} = \underline{4{,}32\cdot10^8\ \text{M s}^{-1}}.$$

4.

És egy kis statisztika!!!! Hibahatár számolás!

Ezek szerint, ha van egy tömegmérésem, pl. m_1, m_2…m_n tömegekkel akkor

$(m_1+m_2+\ldots+m_n)/n = \overline{m}$ a várható érték becslése lesz, míg

az $\sum_i (m_i - \overline{m})^2/(n-1)$ adja S^2 valószínűségi változó s^2 becslését.

Mit mondhatunk $\overline{m}$ -ról? Mennyire közelít $E(m_i)$-t?

Erre a becsléselmélet adja meg a választ a konfidencia intervallum definíciójával.

→A becsléselméletben definiálunk $\overline{m}$ körül egy intervallumot, mely bizonyos bizonyossági szinttel (80, 90, 95 %) tartalmazza $E(m_i)$ valódi értéket. Ezt nevezzük konfidencia intervallumnak.

Definíciója: $\overline{m} \pm t_{n-1}^{1-\alpha/2} \cdot s(\overline{x}) = \overline{m} \pm t_{n-1}^{1-\alpha/2} \cdot \frac{s}{n^{1/2}}$

$t_{n-1}^{1-\alpha/2}$: a Student-féle t-eloszlás kritikus értékei n-1 szabadsági fokra és (1-α/2) bizonyossági szinthez.

Más (közismert) neve: hibahatár.

A hibahatár nyújt segítséget az értékes jegyek számának eldöntésében.

5.

Kidolgozott mintapélda

Az Sn - Pb ötvözetek lehűlési görbéiből az alábbi eutektikus hőmérséklet adatokat határoztuk meg (°C -ban):

183,96; 183,56; 180,97; 182,25; 180,54; 180,45;

179,46; 181,00; 178,02; 180,00; 180,72; 180,00.

Feladat:

Adjuk meg az eutektikus hőmérséklet hibahatárait!

A (2.17.) összefüggés alkalmazásával határozzuk meg a hibahatárokat.

Először az adatok átlagát számítjuk ki:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{n} = \frac{2170{,}93}{12} = 180{,}911 \ \ ^\circ\mathrm{C}$$

Az átlag korrigált tapasztalati szórása (a 2.13. alapján):

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 1{,}6686 \ \ ^\circ\mathrm{C}$$

Az eredmény hibahatárainak megadásához 95%-os megbízhatósági szintet választunk (vagyis a tévedés valószínűsége 5%). Mivel 12 adatunk van, ezért az $f = n$-1 = 11 szabadság fokhoz tartozó t kritikus értékkel számolunk. A (2.17.) alkalmazásával:

$$\vartheta_{\mathrm{eut.}} = \bar{x} \pm \frac{t_\alpha S^*}{\sqrt{n}} = 180{,}91 \pm \frac{2{,}201 \cdot 1{,}6686}{\sqrt{12}} = (180{,}911 \pm 1{,}0597) \ \ ^\circ\mathrm{C}$$

Az eredmény megadása:

$$\vartheta_{\mathrm{eut.}} = (180{,}9 \pm 1{,}1) \ \ ^\circ\mathrm{C}$$